資本蓄積と生産関数

AUTHOR(S):
瀬地山, 敏

經濟論叢

第111巻　第5・6号

昭和48年5・6月

京都大學經濟學會

資本蓄積と生産関数

瀬　地　山　　　　敏

I はじめに

消費および投資の対象として社会に存在するいずれの商品も，それぞれの産業もしくは企業において，異種の資本財と労働を異なった割合で投入して生産される。投入される各資本財もまたそれぞれの産業において，商品として生産された各種の資本財と労働を異なった割合で結合して生産されている。諸商品が投入・産出のこのような相互連関のなかで生産されている，という現実からみれば，経済全体の生産活動を，生産関数 $S=S(J, L)$ で集約して表現することに対し，いくつかの疑義が生じてくる。たとえば，消費財，投資財など異種の商品として存在する社会の純生産物がどのような手続きを経てひとつの量的大きさをもつ S に還元できるのか。資本の物的存在量と定義される J は，現実に各生産過程で機能している異種の資本財とどのように対応しているか。またもっと基本的な疑問として，各生産手段と労働の相互の結合比率が異なる生産過程を集計的にひとつの技術的変換として把握するのは正しいか，など。個別企業の生産過程を表現し，市場の変化に対する企業の最適な対応を決定する点で有意義な生産関数による接近が，経済の生産全体をひとつの企業による生産であるかのようにみなす思想に支えられ，必要な検討をぬきに，集計的生産関数として経済全体に適用されてはならない。サムエルソン〔9〕は，経済の生産体系をひとつの生産関数に還元できるか，という問いに対する肯定的解答を与えている。そこで示された結論は，異種の諸財として存在する資本財と純生産物（消費財）を同質的な量に還元することが可能で，この代理資本と労働を変数とする，真の技術的関係ではないにしても，一種の技術的関係とみなせ

るような純生産物の生産関数（代理生産関数）を生産体系から抽象できるということ，さらに，この代理生産関数は望ましいいくつかの性質をもち，利子率を代理資本の限界生産物として説明できる，ということであった。結論の当否はともかくとしても，サムエルソンによりはじめて集計的生産関数による接近の論理的正当化が行なわれたわけである。

これに対しガレニャーニ〔3〕は，代理生産関数は，どの商品の生産条件も同一であるという自明のばあいにのみ成立するにすぎないと指摘した。しかしガレニャーニの論証にはいくつかのスリップがみうけられる。それらを修正し，代理生産関数に対する検討をヨリ正確なものにすることが本稿の目的である。そのさいもっとも基本的な問題は，生産関数による接近を定常経済（Stationary Economy）すなわち消費財のみを純生産物とする経済に限定することが正しいかどうか，という論点である。資本蓄積が行われているばあい，利子率の変化につれて経済全体の純生産物を構成する消費財と投資財の割合が変化するという事実は，純生産物の構成の変化が生産技術の変化にではなく，利子率の変化に起因するのであるから，生産関数を資本蓄積の存在する経済に適用することを不可能にしているようにみえる。サムエルソンの代理生産関数による接近，ならびにそれを批判したガレニャーニの体系が定常経済を分析の対象としたのは，これを理由としている。ガレニャーニの論証そのものの評価を行なう前にⅡで，成長率，利子率，純生産物価値ならびに資本価値の間の諸関係を予備的に説明する。Ⅲはガレニャーニの論証を検討するのが目的である。Ⅱ，Ⅲより，純生産物に投資財も含めて，体系を定常経済から成長経済へと拡長するのが自然なステップである。Ⅳで，経済成長のもとでの価格・数量体系を定式化し，成長経済の体系のもついくつかの性質について論及する。体系をこのように拡張したのち，ガレニャーニのとった検討の手続きを踏襲するならば，代理生産関数に対する評価はいっそう正確になるであろう。

II　資本蓄積と純生産物[1]

いま穀物と機械のふたつの商品を生産する経済を考える。穀物をニュメレールにすれば，次の価格体系が成立している。

$$
(1)\qquad \begin{aligned} 1 &= wa_{01}+(1+r)pa_{21} \\ p &= wa_{02}+(1+r)pa_{22} \end{aligned}
$$

ここで w, r, p はそれぞれ賃金，利子率，機械の価格である。a_{01}, a_{02} は穀物ならびに機械産業の商品1単位あたりに必要な労働の投入係数を示し，a_{21}, a_{22} は両産業の機械投入係数である。簡単化のために機械は1年で摩耗すると仮定する。両部門の資本集約度はそれぞれ $\frac{a_{21}}{a_{01}}$, $\frac{a_{22}}{a_{02}}$ で与えられるが，機械部門の集約度に対する穀物部門の集約度の比率を m と定義する。(1)の価格体系より，賃金ならびに機械の価格は次のような性質をもつ利潤率（利子率）の関数である。

$$
\begin{aligned} & w=f(r)\,;\ f'<0\,;\ m \gtreqqless 1 \text{ に対し } f'' \gtreqqless 0 \\ & p=\phi(r)\,;\ m \gtreqqless 1 \text{ に対し } \phi' \gtreqqless 0\,;\ \phi''>0 \end{aligned}
$$

経済が成長率 g で持続的成長状態にあるとする。労働者1人あたり穀物の産出量，機械の期首存在量を x_1（$\equiv c$；1人あたり穀物消費量），x_2 とすれば，与えられた生産技術のもとで，次のような生産の数量的関係がみられる。

$$
(2)\qquad \begin{aligned} 1 &= ca_{01}+(1+g)x_2a_{02} \\ x_2 &= ca_{21}+(1+g)x_2a_{22} \end{aligned}
$$

はじめの式は労働の完全雇用を，次式は機械の需給均衡を示す。(2)より，消費，成長率ならびに機械の生産量のあいだに次の諸関係を確かめることができる。

$$
\begin{aligned} & c=f(g)\,;\ f'<0\,;\ m \gtreqqless 1 \text{ に対し } f'' \gtreqqless 0 \\ & x_2=\psi(g)\,;\ m \gtreqqless 1 \text{ に対し } \psi' \gtreqqless 0\,;\ \psi''>0 \end{aligned}
$$

賃金・利潤率曲線（賃金曲線）と消費・成長率曲線（消費曲線）はこのようにま

1）本節の説明についてくわしくは，Nell〔6〕, Spaventa〔11〕をみよ。

ったく同一である。

経済の1人あたり資本価値 v，1人あたり純生産物の価値 H ならびに産出・資本価値比率 X は次のとおりである。

$$v \equiv px_2;\ H \equiv c+pgx_2;$$

$$X \equiv \frac{H}{v} \equiv \frac{c}{v}+g$$

いずれも，利潤率および成長率の水準に影響される変数であることは，あきらかであろう。これらの変数と利潤率，成長率との関係をあきらかにするために，定義からみちびかれる次の恒等式に注意しよう。

$$v \equiv \frac{c}{X-g} \equiv \frac{H-c}{g}$$

(3)

$$v \equiv \frac{w}{X-r} \equiv \frac{H-w}{r}$$

この2ケの恒等式より，1人あたり資本の価値にさらに次の恒等関係をみとめることができる。

$$v \equiv \frac{c-w}{r-g}$$

いま経済が利潤率 $\bar{r}$ のもとで $\bar{g}$ の水準の持続的成長をしていると考える。すなわち，経済は賃金曲線のうえの P 点，消費曲線のうえの Q 点に位置している。P 点に対応する消費曲線のうえの点を P'，Q 点に対応する賃金曲線

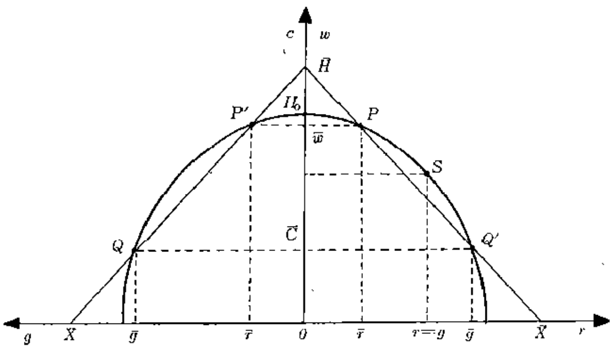

図 1

のうえの点を Q' とすれば，１人あたり資本価値は P と Q' をとおる直線または P' と Q をとおる直線の傾きに等しい。$\bar{r}, \bar{g}$ のときの１人あたり純生産物の価値ならびに資本価値比率が，それぞれこれらの直線のタテ軸切片，ヨコ軸切片であらわされることは，(3)の恒等関係よりあきらかである。

一定の成長率のもとで利潤率が上昇すると機械部門の資本集約度が，穀物部門のそれより高いばあい ($m<1$)，１人あたり純生産物の価値，１人あたり資本価値はヨリ大きくなり，産出・資本価値比率はヨリ小さくなる（図１）。穀物部門が機械部門にくらべてヨリ高い資本集約度をもつケース ($m>1$) では，利潤率の上昇にともない，１人あたり純生産物の価値，１人あたり資本価値はヨリ小さくなるのに対し，産出・資本価値比率はヨリ大きくなる。利潤率の変化は価格の変化を通じて，これらの価値の変化をひきおこすのであるから，成長率一定のばあい，これらの価値の変化は利潤率の価格効果（スパヴェンタ）に依存している。他方，利潤率一定で成長率が変化するばあい，１人あたり純生産物の価値，１人あたり資本の価値，産出・資本価値比率は成長率の変化によって生じる構成効果（スパヴェンタ）に依存する。たとえば，機械部門がヨリ高い資本集約度をもつ図１のケースでは，成長率の増大とともに１人あたり資本価値ならびに１人あたり純生産物の価値の上昇が発生するが，これは $v \equiv p(r)x_2(g)$；$H \equiv c(g)+p(r)gx_2(g)$ の定義によりあきらかなように，g の変化（r 一定）が商品構成の変化をともなうためである。

さいごに，興味深いふたつの特殊ケースをあげておく。

$r=g$ のとき，１人あたり資本価値 v は $r=g$ に対応する賃金または消費曲線のうえの点（たとえば図１の S 点）における接線のかたむきに等しい。またこのときの H, X はその接線の両軸の切片に等しい。

バドゥリ〔２〕，ハーコート〔５〕は，限界生産力説が成立するには，任意の利潤率に対し，賃金曲線の接線のかたむきで与えられる資本の大きさと，資本価値の定義上の大きさ，すなわち１人あたり純生産物の価値から賃金を控除した額を利潤率で割った値とがつねに等しくなることが必要である，とした。

このような条件がみたされるのは賃金曲線が直線になるばあいのみである。したがって，穀物部門も機械部門も同一の生産技術で生産を行ない，ふたつの財のあいだの本質的区別は消滅して，代理生産関数が自明に成立するケースにいたる。しかしこの結論は定常経済 ($g=0$) という暗黙の想定を背景にしている。資本蓄積が持続的に進行する経済では，賃金曲線が直線でなくても，$r=g$であれば，賃金曲線の接線のかたむきで示される資本価値と定義上の資本価値はつねに等しいのである。

成長率0の経済というもうひとつの特殊ケースを考えてみよう。純生産物は穀物のみにより構成されている。このとき1人あたり資本価値，産出・資本価値比率は利潤率の変化にともない変化するが，純生産物価値は H_0 で一定である(図1)。すなわち純生産物はすべて穀物であるから，いわゆる価格効果にもとづく価値構成の変化は発生しない。生産関数が成立するか，どうかの検討を定常経済に限定するのは，そこでは技術以外の要因にもとずく純生産物価値の変化が排除されている，と考えられるからである。

III ガレニャーニの体系

1 代理生産関数の存在条件　　経済が穀物と機械の2部門よりなり，それぞれの部門で無数の生産技術が利用可能である，と仮定する。そのとき，任意の技術の組合わせに対し，II(1)のような価格体系が成立し，価格，賃金率，利潤率ならびに純生産物のあいだに一定の関係をみちびくことができる。こうして，無数の技術の組合わせに1対1に対応する賃金曲線(賃金率と利潤率の関係)がえられるが，競争市場の条件より，企業は所与の賃金率のもとで最大の利潤率を与える技術を選択するから，最適な技術選択の軌跡は賃金曲線の包絡線で示される。包絡線を $w=e(r)$ とする。所与の賃金率に応じて選択される技術のもとでの1人あたり純生産物の価値を q とすれば，最適選択の軌跡と同じく，q もまた利潤率の関数である。すなわち $q=H(r)$。

ところで代理生産関数が存在すれば，それは経済で観察される賃金率，利潤

率ならびに1人あたり純生産物のあいだの諸関係を説明するものでなければならない。したがって，well-behaved な一次同次の代理生産関数が存在する，と仮定すれば，次の条件がみたされる。

(i) $S=S(J, L)$

(ii) $w=\partial S/\partial L$

(iii) $r=\partial S/\partial J$

(iv) $w=e(\partial S/\partial J)$

(v) $q=H(\partial S/\partial J)$

これらの条件が何を意味するか，つぎに考えてみよう。生産関数が一次同次であること，および(ii)，(iii)，(iv)の条件よりふたつの式

(1) $S/L=e(r)+r(J/L)$

(2) $J/L=-e'(r)$

が成り立つ。したがって代理生産関数が，賃金と利潤率の関係を説明する，とすれば任意の利潤率 $r=\partial S/\partial J$ に対し，包絡線のかたむきに等しい資本労働比率 J/L が対応しなければならない。生産関数に仮定した性質（一次同次性ならびに各要素の限界生産力逓減）より，利潤率と資本労働比率はたがいに逆の方向に変動することをたしかめることができるから，経済の包絡線が原点に凹および直線となるばあいには，$d\left(\frac{J}{L}\right)\Big/d\left(\frac{\partial S}{\partial J}\right)$ はそれぞれ正，0となって代理生産関数を適用できないことがあきらかである。したがって代理生産関数が成立するのは現実の包絡線が原点に凸のばあいのみである。

(1)，(2)より

(3) $S/L=e(r)+r\{-e'(r)\}$

ところで，(i)～(iv)よりみちびかれた1人あたり純生産物の価値と利潤率の関係式(3)は，経済で観察される関係式 $q=H(r)$ に一致しなければならない。すなわち(3)と(v)は同一である。(3)によれば，1人あたり純生産物の価値は，任意に与えた利潤率 r のもとで選択される賃金曲線の，r における接線のタテ軸切片である。いっぽう，経済の1人あたり純生産物の価値は，同じ賃金曲線のタテ

軸切片で与えられる。ふたつの切片が等しくなるには，各賃金曲線が直線とならねばならないが，さきにⅡで説明したように，そうなるのは穀物部門と機械部門の資本集約度が等しいばあいのみである。こうして代理生産関数が成立するには，両部門で同一の生産技術が使用されている，という条件が必要である。逆に各賃金曲線が直線であるならば，代理生産関数が(i)〜(v)の諸条件を整合的にみたすことはあきらかである。要するに2部門経済のばあい，代理生産関数が存在するのは，賃金曲線が直線となるケース，すなわち穀物と機械が生産において完全に代替可能なばあいのみである。このとき純生産物(穀物)のタームで示された代理資本が存在することは直観的に自明であろう。

2 多部門ケース 多部門の経済においても，代理生産関数が成立するのはきわめて特殊な自明のケースに限られることを，ガレニャーニは論証するが，その論証に先立ち，経済体系に次のような工夫を加えている。

労働を本源的生産要素とし，n ケの商品を生産する経済を考える。いま投入産出の技術的関係が

$$A=[a_{ij}];\ a_{ij}\geqq 0 \quad (i,j=1,\ 2,\ \dots,n)$$

なる行列で与えられているとする。いうまでもなく a_{ij} は j 商品を1単位生産するのに必要な i 商品の投入量である。この所与の生産技術のもとで，価格は次の連立方程式の解として決定される。

$$(4) \qquad \boldsymbol{p}=w\boldsymbol{a}_0+(1+r)\boldsymbol{p}A$$

ただし $\boldsymbol{p}=(p_1,\ p_2,\dots,\ p_n)$, $\boldsymbol{a}_0$ は，商品の生産に直接必要な労働量を示すベクトル $(a_{01},\ a_{02},\dots,\ a_{0n})$ である。いわゆる奢侈財のグループは，そのグループに属する他財の生産手段にはいることはあっても，グループ外の商品の生産手段とはならないから，賃金と利潤率の関係を考えるばあい，そのグループを生産体系から除去しても，基本的関係は不変である。(4)では，すでに奢侈財は除いてあるものとみなす。(4)を構成する商品は h ケの賃金財と $(n-h)$ ケの資本財である[2]。いま h ケの賃金財をそれぞれ $\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_h$ 単位ふくむマーケッ

2) 賃金財のなかには，たとえば小麦粉のように，食品産業で資本財として機能するものもあるか

ト・バスケットをつくりその価格を1とする。すなわち，

(5)　　$$1=\sum_{i=1}^{h}\lambda_i p_i$$

生産体系に関するかなり一般的な仮定のもとで賃金率または利潤率を与えると，合成賃金財をニュメレールとする正の諸価格が(4)，(5)により決定される[3]。

所与の生産体系から，賃金と利潤率の関係をみるには余計なものとして，奢侈財をのぞいたが，このことは残りの n ケの商品の生産体系が生産する純生産物が h ケの賃金財のみで構成されることにはならない。一般には賃金財のほかに資本財も純生産物を構成している。したがって経済は資本蓄積をともないながら，年々の生産を行なうことになるから，このとき純生産物の価値は利潤率の変化に影響される（II参照)。代理生産関数を検討するさい攪乱的に作用するこの価格効果をのぞくために，n ケの産業の生産規模を適当に調整して，さきに定義した合成賃金財のみを純生産物とする小体系を考える[4]。この小体系における各商品の生産量を $x_1, x_2, \dots, x_n$ とする。小体系の構造よりあきらかなとおり，マーケット・バスケットを構成する賃金財の数量と小体系で生産される賃金財の数量は等しい（すなわち $\lambda_i=x_i,\ i=1, 2, \dots, h$)。また脚注で述べた理由から，合成賃金財のみを純生産物とする小体系で成立する価格の諸関係は，原体系の(4)，(5)と同一である。

ら，n ケの商品を本文のように分割するのは一般的ではない。しかし，一般的ケースを想定しても，以下の議論に変更をくわえる必要がないことを指摘しておく。

3)　正の価格の存在についてはIVをみよ。

4)　n ケの商品の生産量をそれぞれ $x_1, x_2, \dots, x_n$，第 i 商品の純生産量を s_i とすれば与えられた生産体系（$\boldsymbol{a}_0, A$）より，各商品の生産量を調整して s_i のみを純生産物とする次の生産体系をつくることができる。調整のための乗数を $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ とすれば，$A(\alpha_1 x_1, \alpha_2 x_2, \dots, \alpha_n x_n)'=(\alpha_1 x_1, \alpha_2 x_2, \dots, \alpha_i x_i - y_i, \dots, \alpha_n x_n)'$。乗数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ を対角成分とし，他の成分をすべて0とする行列を I_α とすれば，$[I-A]I_\alpha x=(0, 0, \dots, s_i, \dots 0)'$ である。生産体系が剰余をもつとき $[I-A]^{-1}\geqq \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)'\geqq \boldsymbol{0}$ であることを示せるから，$I_\alpha \boldsymbol{x}=[I-A]^{-1}(0, 0, \dots, s_i, \dots 0)'$ より，I_α の対角成分が一意的な非負の値をとる。小体系においても生産される商品数ならびに生産技術は不変であるから，そこに成立する諸価格の関係は原体系と同一である。また，経済のすべての種類の純生産物についてこのような小体系をつくり，各小体系を任意の比率で合成した体系においても同じ価格関係が成立する。さらに原体系を，純生産物の種類だけの小体系に完全に分割できることも容易に確かめられる。合成賃金財を構成する各純生産物の小体系を単純に加えあわせてできる生産体系がガレニャーニのいう「賃金財を生産する統合産業」(Integrated Industry) である。

小体系の賃金曲線は，したがって，(4)，(5)より価格の変数を消去することにより得られるが，2部門のばあいと異なり，一般には凹凸の部分が交互する曲線である。小体系の生産する1人あたり純生産物の価値は賃金曲線のタテ軸切片で示され，1人あたり資本の価値は，所与の賃金と利潤率に対応する賃金曲線上の点とタテ軸切片を結ぶ直線のかたむきで与えられる[5]。

合成賃金財を生産する小体系においては，賃金財部門の資本財部門への支出額は，資本財部門の生産額から部門内部で購入される資本財への支出額をひいた額に等しく，後者はさらに，資本財部門で生産された付加価値に定義上等しい。すなわち，

$$\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=1}^{h}p_i a_{ij}x_j=\sum_{i=h+1}^{n}p_i x_i-\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=h+1}^{n}p_i a_{ij}x_j$$

$$=w\sum_{i=h+1}^{n}a_{0i}x_i+r\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=h+1}^{n}p_i a_{ij}x_j$$

である。(4)の両辺に各商品の産出量を乗じて加えあわせ，上の関係を考慮して整理すると

$$\sum_{i=1}^{h}p_i x_i=w\sum_{i=1}^{h}a_{0i}x_i+(1+r)\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=1}^{h}p_i a_{ij}x_j$$

(5)を代入して

$$(6)\qquad 1=wl+(1+r)\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=1}^{h}p_i a_{ij}x_j$$

さて，さきに2部門のケースで示したように，代理生産関数が成立するのは，賃金曲線が直線となるばあいである。そこで合成賃金財のみを純生産物とする小体系において賃金曲線が直線である，としよう。このとき合成賃金財の生産に必要な1人あたり資本価値は，どの利潤率に対しても，一定である。これは(6)において $\sum_{i=h+1}^{n}\sum_{j=1}^{h}p_i(r)a_{ij}x_j$ が一定，すなわち，資本財の価格 $p_i(r)$ $(i=h+1,\ldots,n)$ が合成賃金財のタームで一定であることを意味する。したがって，利潤率の変化にともない合成賃金財の価格は変化するが，各資本財の価格もそ

5) 多部門のばあいの賃金曲線，1人あたり純生産物の価値および資本価値についてはⅣを参照されたい。

れと同じ方向に同じ大きさだけ変化しなければならない。これには各資本財と合成賃金財が同一の生産条件で生産されていることが必要である。逆にその条件がみたされているとき代理生産関数が成立することはあきらかである。こうして多部門のケースにおいても代理生産関数が妥当するのは，自明な特殊ケースに限られる。

3　合成賃金財の価値　　以上がガレニャーニの論証の要約である。論証の基本的方向は，多部門のケースでも２部門のケースと同じく，代理生産関数が成立するに必要かつ十分な条件として賃金曲線が直線であることを，さらに，後者が成立するに必要かつ十分な条件として各産業が同一の生産技術を使用することを示すことにあると思われる。彼の論証は正しいか。賃金曲線が直線であることと各産業の技術的同一性のあいだの必要十分性について，すぐにひとつの疑義が生じるが[6]，それを問わないとしても，賃金曲線が直線となることが代理生産関数が成立するに必要な条件であるとすることを疑ってしかるべきふたつの理由がある。本節および次節でその理由を述べ，あわせて，代理生産関数の検討を小体系（統合産業）に限定することのメリットならびに妥当性がないことを示す。

合成賃金財は h ヶの賃金財を合成したものである。h ヶの賃金財の生産条件がまったく相互に同一であるにしろ，異なるにしろ，利潤率が変化するにつれ，合成賃金財の貨幣価値は変動する。純生産物価値に価格効果があらわれないように見えるのは，いうまでもなく純生産物である合成賃金財をニュメレールとし，その価格を１としたためである。問題の合成賃金財を純生産物とする生産体系においては一応それでよい。しかし異なった生産体系の純生産物価値は，同じ合成賃金財をニュメレールに選んでも，価格効果をまぬがれえない。いま，合成賃金財を純生産物として生産する技術体系を $(\boldsymbol{a}_0{}^1, A^1)$，それと異なる任意の技術体系を $(\boldsymbol{a}_0{}^2, A^2)$ とする。第Ⅱの体系においても，第Ⅰと同じ種類の賃

6)　標準商品（スラッファ）をニュメレールとすれば，各産業の生産条件が同じでなくとも，賃金曲線は直線となる。

金財のみが純生産物を構成する，と仮定する[7]。そのときふたつの体系の価格は次のとおりになる。

$$(\mathrm{I})\quad \begin{aligned} \boldsymbol{p}^1&=w\boldsymbol{a}_0{}^1[I-(1+r)A^1]^{-1}\\ 1&=\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{p}_\lambda{}^1 \end{aligned}$$

$$(\mathrm{II})\quad \begin{aligned} \boldsymbol{p}^2&=w\boldsymbol{a}_0{}^2[I-(1+r)A^1]^{-1}\\ 1&=\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{p}_\lambda{}^2 \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\lambda}$ はマーケット・バスケットであり，(Ｉ)における純生産物そのものである。(II)においても同一のマーケット・バスケット(合成賃金財)をニュメレールとしているが，それは(II)の価格で評価される。注意すべきことは，$\boldsymbol{\lambda}$ はもはや(II)の純生産物そのものではない，ということである。(II)の純生産物を $\boldsymbol{\lambda}'$ とすれば，純生産物の価値は $\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{p}^2(r)$ となり，この値は利潤率の変化とともに変動する。したがって，(II)の賃金曲線のタテ軸切片は，利潤率0のときの1人あたり純生産物価値 $H(0)\equiv\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{p}^2(0)$ である。

さてガレニャーニは，1人あたり純生産物の価値が賃金曲線のタテ軸切片で示される，と考えたうえで，(3)，(v)の1人あたり純生産物価値が一致するのは，賃金曲線が直線になるばあいのみである，と推論した。しかしタテ軸切片は $H(0)$ にすぎないから，これは誤まりである。利潤率 r_0 のとき選択される技術のもとで生産される1人あたり純生産物の価値が図のような位置にあれば，1人あたり資本価値は，

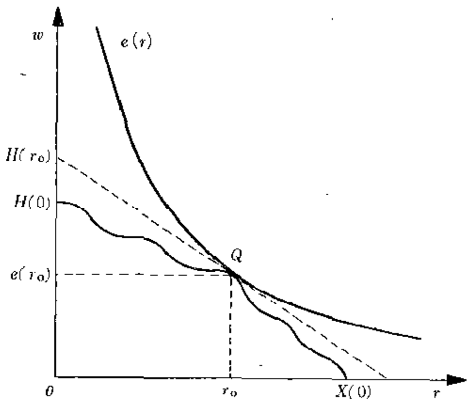

図　2

$$(7)\qquad v=\frac{H(r_0)-e(r_0)}{r_0}=-e'(r_0)$$

7) この仮定の現実性については，ガレニャーニ〔3〕，p. 417，fn. 2 を見よ。

となって一意的である。この関係が任意の利潤率のもとで選択されるどの技術のばあいにも成立するならば，その賃金曲線が直線でなくとも代理生産関数の条件はみたされる。

資本蓄積が存在しなくても，多部門ケースでは一般に，純生産物の価格効果をまぬがれえない。この事実は資本蓄積のない統合産業を原体系より分割して，そこで代理生産関数の成立条件を検討することの意義を減ずるものといえよう。

4　資本蓄積の導入　　経済の純生産物には賃金財だけでなく，投資財もふくまれるのが通常である。生産関数は純生産物のすべての生産を，代理資本と労働により説明しなければならない。一部の純生産物のみを説明する生産関数は，成立したとしてもその意義はうすい。この意味で，生産関数の検討を小体系（統合産業）に限定することはできない。また，生産関数の検討をそのように限定するひとつの理由であった価格効果の排除も，多部門のばあい困難であることがわかった。したがって分析の対象を資本蓄積の存在する拡張された体系にうつすことはヨリ自然なステップである。

ところで，純生産物に合成賃金財のほかにいくつかの投資財がふくまれるばあいにも，IIで与えられた1人あたり純生産物の価値 H と1人あたり資本価値 v の恒等的関係は不変である。いま経済が g の割合で持続的に成長しているとすれば，利潤率を r とするとき，v は次式で測定される。

$$(8)\qquad v=\frac{c(g)-w(r)}{r-g}$$

また H は，賃金曲線のうえの2点 (g, c) と (r, w) を結ぶ直線のタテ軸切片で示される（図1）。1人あたり資本価値，1人あたり純生産物の価値は，資本蓄積が存在するとき，価格効果だけでなく構成効果の影響をもこうむる。

このような持続的成長経済において，いま利潤率と成長率がつねに等しいと仮定しよう。このとき1人あたり資本価値は (r, w) または (g, c) における賃金曲線の接線のかたむきで示される。また1人あたり純生産物の価値 $H(r, g)$ は $e(r)+r\{-e'(r)\}$ となり，(3)と(v)の与える純生産物の価値は，賃金曲線がど

のような形であっても，一致する。これもまた，その他の条件がみたされているとすれば，代理生産関数が成立するひとつのケースである[8]。

経済成長に必要な新投資財はそれに見合う貯蓄をとおして調達される。したがって成長率と利潤率はたがいに独立な変数ではなく，貯蓄関数によって定められるある関係がそのあいだにある。賃金および利潤からの貯蓄性向をそれぞれ s_w, s_p とすれば，貯蓄・投資の均衡条件から，

$$g = s_p r + s_w \frac{w}{v}$$

という関係が事前的に成立していなければならない。成長率がつねに利潤率に等しくなるのは，賃金はすべて消費され，利潤はすべて投資されるという特殊な貯蓄行動が存在するか，利潤からの消費が賃金からの貯蓄に等しいばあいだけである[9]。近似的には，成長資金の多くの割合を企業の内部留保によって調達する資本主義経済，もしくは剰余のほとんどを制度的に国家が吸収し経済成長のために投資する計画経済がそれにあたる。

持続的成長経済において代理生産関数が成立するのは $r=g$ となる経済だけではなく，図2のケースを成長経済に一般化するばあいにも成立することを示すことができる。

1人あたり資本価値に関する(7)の均等条件は，成長経済のばあい次のように変更される。

$$(7)' \qquad \frac{c(g)-w_0}{r_0-g} = -e'(r_0)$$

8) $r=g$ のとき(3)と(v)の純生産物価値が一意的であること，すなわち彼の (3.2) の条件式がみたされることをガレニャーニは承認している。しかし彼はこのケースを代理関数が成立するケースとしては認めない。というのは，「そうするならば，包絡線が凹であるどんなばあいでも，『限界生産物』が増加する均衡を承認しなければならない，あるいは包絡線が直線であるならば，要素比率になんの変化がなくても，『限界生産物』が変化するような均衡すらも承認しなければならなくなる」（ガレニャーニ〔3〕p. 416, fn. 2. 傍点は引用者）からである。代理生産関数が正当となるのは経済で観察される包絡線が原点に凸となるケースのみである，というガレニャーニの指摘はまったく正しい。問題は賃金曲線の形である。包絡線が原点に凸であるという条件がみたされているならば，賃金曲線が直線でなくても，(3.2) 式は $r=g$ のとき成立するのである。

9) またこのとき，利潤の極大化が1人あたり消費の極大をみちびく，いわゆる資本蓄積の黄金律が成立する。Bhaduri〔1〕, Spaventa〔11〕, Weizsäcker〔13〕

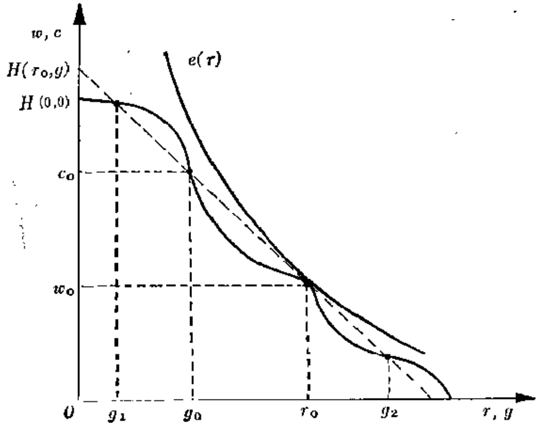

図　3

経済成長がおこなわれても，それが持続的であるかぎり，諸価格の関係は定常経済のばあいと同じく技術のみに規定され変わらないから，賃金曲線とその包絡線は不変である。上式をみたす成長率が存在することは図よりあきらかである。また $H(r_0, g) \equiv w_0 - r_0 e'(r_0)$ に注意すれば，(7)′ より

$$H(r_0, g) - c = -g e'(r_0)$$

$H(r_0, g) - c$ は経済の1人あたり貯蓄を示し，$-e'(r_0)$ は利潤率 r_0 での1人あたり資本価値にほかならないから，右辺は1人あたり投資である。利潤率 r_0 で選択された技術が図のようなケースにあたるときは，貯蓄・投資の均衡条件が成立しておれば，代理生産関数はあてはまる。そのさい，g_0, g_1, g_2 のどの成長率が選択されるかは利潤からの貯蓄性向と賃金からの貯蓄性向の大きさに依存する。すなわち成長率は

$$s_p r_0 - s_w \frac{e(r_0)}{e'(r_0)}$$

によって決定される。したがって持続的成長経済において代理生産関数が成立するのに，$r = g$ という特殊なケースを想定することは必要ではない。

IV　経済成長の体系

前節 3, 4 で多部門経済の視点より代理生産関数が成立するふたつのケースを指摘したが，そこでの理解を助けるために，持続的経済成長のモデルの概要

を示しておくことにする。ガレニャーニの体系は $g=0$ とおくときの特殊ケースである。

次の性質をもつ成長経済を想定しよう。

仮定　1　　生産手段の補塡を上まわる剰余が存在するという意味で経済は生産的である。

仮定　2　　経済は一定の率で持続的に成長する。

仮定　3　　すべての商品の生産に直接あるいは間接に生産手段として使用される生産物を基礎的生産物と定義する。経済には少くともひとつの基礎的生産物が存在し，また基礎的生産物のうち少くともひとつはその生産に直接労働を必要とする。

仮定　4　　非基礎的生産物のなかにある特定のグループがあって，グループ内のどの生産物も相互に，直接または間接に生産手段として使用されるばあいには，そのグループの自己純再生産率 (Own Net Rate of Reproduction) は，基礎的生産物の純再生産率より大きい[10]。

ニュメレールとする1人あたり純生産物を $\boldsymbol{s}$ とすれば次の価格体系が成立する。

$$\text{(I)}\qquad \begin{aligned} \boldsymbol{p} &= w\boldsymbol{a}_0+(1+r)\boldsymbol{p}A \\ 1 &= \boldsymbol{ps} \end{aligned}$$

投入産出行列 A はことわるまでもなく非負である。経済で生産される $\boldsymbol{n}$ ケの商品のうち第 1，2，……，k 商品は基礎的生産物で，残りの $(n-k)$ ケの商品は非基礎的とする。このとき行列 A は次のような小行列に分割できる。

10)　第一および第二の仮定の意味はあきらかである。また第三の仮定も現実的である。さいごの仮定で「純再生産率」（ガレニャーニ）というのは，スラッファの標準比率である。これはまた賃金が0のとき経済で成立する極大利潤率に等しくなることがあきらかになっている。「自己純再生産率」とは，問題のグループに属する生産物の生産に，グループ外のいかなる財も生産手段として使用していないかのように考えて得られる純再生産率である。この仮定の意義はのちにあきらかとなるが，具体例として Sraffa〔12〕Appendix B を参照されたい。

$$A=\begin{bmatrix} A_1 & A_3 \\ A_2 & A_4 \end{bmatrix}$$

ただし

$$A_1=\begin{bmatrix} a_{11}, \dots, & a_{1k} \\ \vdots & \vdots \\ a_{k1}, \dots, & a_{kk} \end{bmatrix}, \qquad A_2=\begin{bmatrix} a_{k+1,1}, \dots, & a_{k+1,k} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1}, \dots\dots, & a_{nk} \end{bmatrix}$$

$$A_3=\begin{bmatrix} a_{1,k+1}, \dots, & a_{1n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{k,k+1}, \dots, & a_{kn} \end{bmatrix}, \quad A_4=\begin{bmatrix} a_{k+1,k+1}, \dots, & a_{k+1,n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n,k+1}, \dots\dots, & a_{nn} \end{bmatrix}$$

基礎的生産物，非基礎的生産物の定義より $A_2=O$ である。また同じく定義より A_1 は分解不能 (Indecomposable)[11]。A_4 は，仮定4の条件にかなう非基礎的生産物のグループが存在するときは分解不能，そうでないときは普通の非負行列である。

基礎的生産物の価格ベクターを $\boldsymbol{p}_1$，非基礎的生産物の価格ベクターを $\boldsymbol{p}_2$ とする。さきの行列 A の分割を考慮にいれて，価格体系は次の部分体系に分解できる。

(1) $$\boldsymbol{p}_1=w\boldsymbol{a}_0{}^1+(1+r)\boldsymbol{p}_1A_1$$

(2) $$\boldsymbol{p}_2=w\boldsymbol{a}_0{}^2+(1+r)(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2)\begin{bmatrix} A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}.$$

ただし $\boldsymbol{a}_0{}^1$, $\boldsymbol{a}_0{}^2$ は基礎的，非基礎的生産物の労働投入ベクター

経済の1人あたり総生産物，同じく1人あたり基礎的生産物，非基礎的生産物のベクターを $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$ であらわす。体系は生産的であるから

(3) $$\boldsymbol{x}-A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-\begin{bmatrix} (A_1, A_3)\boldsymbol{x} \\ (O, A_4)\boldsymbol{x} \end{bmatrix}\geq O$$

ただし $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)'$

A_3: 非負かつ $\boldsymbol{x}>O$ より $\boldsymbol{x}_1-A_1\boldsymbol{x}_1>O$ であるから，A_1: 分解不能とあわせて，正の価格 $\boldsymbol{p}_1$ が(1)の解として存在する[12]。

A_4 が仮定4をみたす行列であるとしよう。問題のグループの「自己純再生

11) 以下の本文を理解するのに必要な分解不能の定義ならびに非負行列をめぐる定理については二階堂〔7〕に簡潔な説明がある。なお私はさきに，それらの諸定理をもちいて，標準商品の構成，正の価格の存在などについて説明を加えておいた。あわせて参照されたい。瀬地山〔10〕。

12) 方程式(1)では未知数が2ケだけ方程式より多いから，価格は賃金と利潤率の関数である。

産率」は(2)において, $A_3=O,\ w=0$ とおいたときの利潤率 R' に等しい。すなわち

$$\boldsymbol{p}_2=(1+R')\boldsymbol{p}_2A_4$$

基礎的生産物の「純再生産率」を R とすれば仮定4より $R<R'$ である。R は経済全体の極大利潤率であることに注意すれば, 一般に $0\leqq r\leqq R<R'$ である。ところで(3)より, $\boldsymbol{x}_2-A_4\boldsymbol{x}_2\geqq O$ で, $0\leqq r\leqq R$ なる r に対して $\frac{1}{1+r}>\frac{1}{1+R'}$ が成立するから, A_4：分解不能の条件とあわせて $[I-(1+r)A_4]^{-1}>O$ である。(2)はまた

$$\boldsymbol{p}_2=[w\boldsymbol{a}_0^2+(1+r)\boldsymbol{p}_1A_3][I-(1+r)A_4]^{-1}$$

とかけるから, さきの $\boldsymbol{p}_1>O$ を考慮して $\boldsymbol{p}_2>O$ が, (2)において成立する。以上より, 成長経済がさきの諸仮定をみたすとき, 価格体系について次の結論がみちびかれる。

命題 1 経済が仮定の諸条件をみたすならば, ある範囲の利潤率に対し正の価格が存在する[13]。

正の価格が存在することを導くにあたって仮定2はまったく必要がなかった。その理由は, 同じ生産技術を使用して経済は持続的に成長しているから, 価格は成長率の大きさと無関係に, 与えられた生産技術と利潤率（または賃金）のみにより決定されるからである。

さてつぎに利潤率と賃金の関係すなわち賃金曲線について考える。価格体系（I）において $[I-(1+r)A]$ の逆行列が存在し, 正であることが仮定の諸条件

13) 本文では A_4 が仮定4をみたすものとして正の価格が存在することを示した。A_4 が仮定4の条件をみたさないばあいについて簡単に説明しておく。このばあい, ふたつのケースがある。ひとつは A_4 のなかに仮定4の条件をみたす小行列が存在するケース。もうひとつは A_4 が全体として仮定4の条件をみたさないケース。さいしょのケースは A_4 をさらに $A_4=\begin{bmatrix}A_{41} & A_{43}\\ A_{42} & A_{44}\end{bmatrix}$ のように分割して, 本文と同じ方法を適用すれば, 非基礎的生産物の価格が正であることを示せる。のこりのケースについては, 行列が非負であることと仮定1より非基礎的生産物の価格が非負であることが容易にわかる（$\boldsymbol{p}_2\geqq\boldsymbol{0}$）。仮定3より, さらに正の価格が存在することが, 次のようにしてあきらかである。いま仮に $\boldsymbol{p}_2=\boldsymbol{0}$ とする。このとき(2)より $w\boldsymbol{a}_0^2+(1+r)\boldsymbol{p}_1A_3=\boldsymbol{0}$ とならねばならないが, $\boldsymbol{p}_1>\boldsymbol{0}$ であるからこれは不合理である。よって $\boldsymbol{p}_2\neq\boldsymbol{0}$。ところで非基礎的生産物のうち価格0の商品がひとつでも存在するだろうか。その商品の生産には直接また間接に, 正の価格をもった基礎的生産物が生産手段としてもちいられている（仮定3）から, 価格は0ではない。

よりいえる[14]。したがって $\boldsymbol{p}=w\boldsymbol{a}_0[I-(1+r)A]^{-1}$ が得られる。これを価値尺度の定義式に代入すれば，

$$1=w\boldsymbol{a}_0[I-(1+r)A]^{-1}\boldsymbol{s} \tag{4}$$

これが多部門のばあいの賃金曲線である。$[I-(1+r)A]^{-1}$ は $I+(1+r)A+(1+r)^2A^2+\dots+(1+r)^nA^n+\dots$ なる無限級数に等しいから，(4)より利潤率と賃金は相反関係にある。つまり賃金は利潤率が大きくなるとともに単調に低下する。

経済が労働を含めてすべて g の水準で持続的に成長しているとしよう。1人あたり消費ベクターを $\boldsymbol{c}$ で示し，$\boldsymbol{c}$ がニュメレール純生産物の一定割合 c にあたるとすれば，$\boldsymbol{c}=c\boldsymbol{s}$ である。そうすれば価格体系と双対的な次の数量方程式が成立している。

$$\text{(II)}\qquad \begin{aligned} \boldsymbol{x}&=c\boldsymbol{a}_0\boldsymbol{x}+(1+g)A\boldsymbol{x} \\ 1&=\boldsymbol{a}_0\boldsymbol{x} \end{aligned}$$

はじめの式は，生産の技術的連関に規定された商品の需給均衡を，次の式は同じ規定のもとでの労働の需給均衡を示す。消費が0のときの極大成長率を G とすれば，$0\leqq g\leqq G$ なる g に対して正の産出が存在することが，価格のばあいと同様にしてあきらかになる。また（II）より

$$1=c\boldsymbol{a}_0[I-(1+g)A]^{-1}\boldsymbol{s} \tag{5}$$

なる消費曲線がみちびかれる。(4), (5)より，

命題 2 持続的成長が行われるとき賃金曲線と消費曲線は同一である。

---

14) いま A のフロベニウス根を $\lambda(A)$ であらわす。すなわち $\lambda(A)\boldsymbol{x}=A\boldsymbol{x}$。行列 A を本文のとおりに分割すれば，これは2ケの固有方程式になる。$\lambda\boldsymbol{x}_1=A_1\boldsymbol{x}_1+A_3\boldsymbol{x}_2$, $\lambda\boldsymbol{x}_2=A_4\boldsymbol{x}_2$。さいごの方程式の最大非負固有値は $\lambda(A_4)=\frac{1}{1+R'}$ であるから，$\lambda(A)\leqq\frac{1}{1+R'}$。いま $A_1\boldsymbol{x}_2+A_3\boldsymbol{x}_2=B\boldsymbol{x}_1$ とおけば，$A_3\boldsymbol{x}_2\geq\boldsymbol{0}$ より $B\geq A_1$ である。A_1 は分解不能であるから $\lambda(B)>\lambda(A)=\frac{1}{1+R}$。よって $\lambda(B)\geqq\lambda(A)$ となるが，仮定4より $\frac{1}{1+R}>\frac{1}{1+R'}$ であるから，結局 $\lambda(A)\leqq\frac{1}{1+R'}$ である。したがって，$0\leqq r\leqq R$ なる r のとき $\frac{1}{1+r}>\lambda(A)$ であるから，フロベニウスの定理より，$[I-(1+r)A]^{-1}>\boldsymbol{0}$。この結果をもちいれば，正の価格の存在を本文とは別の方法で証明できることになる。

競争が支配しているとき，与えられた利潤率に対し最高の賃金を可能にする技術が選択される。$(\boldsymbol{a}_0, A)$ を，利潤率 r のとき多くの技術のなかから選ばれた最適技術であるとすれば，賃金曲線と消費曲線は同一であるから，利潤率と成長率が等しいとき，消費水準 c も極大になっている（資本蓄積の黄金律）。

つぎに1人あたり純生産物，資本価値を測定しよう。（I），（II）より，価格，産出はそれぞれ利潤率，成長率のみの関数であるから，定義より $H(r, g)\equiv\boldsymbol{p}(r)[I-A]\boldsymbol{x}(g)$, $v=\boldsymbol{p}(r)A\boldsymbol{x}(g)$。（I）のはじめの式に $\boldsymbol{x}$ をかけて整理すると $\boldsymbol{p}[I-A]\boldsymbol{x}=w\boldsymbol{a}_0x+r\boldsymbol{p}A\boldsymbol{x}$。$\boldsymbol{a}_0\boldsymbol{x}=1$ より $v(r, g)=\dfrac{H(r,g)-w(r)}{r}$。一方，（II）のはじめの式に $\boldsymbol{p}$ をかけて整理すると，$v(r, g)=\dfrac{H(r, g)-c(g)}{g}$ したがって $v\equiv\dfrac{c(g)-w(r)}{r-g}$ である。

賃金，利潤 $r\boldsymbol{p}A\boldsymbol{x}$ からの貯蓄性向を s_w, s_p とすれば貯蓄・投資の均等条件より $g\boldsymbol{p}Ax=s_pr\boldsymbol{p}A\boldsymbol{x}+s_ww$。ゆえに $g=s_pr+s_w\dfrac{w}{v}$ である。v は利潤率と成長率の関数であるから，経済の貯蓄行動によって，利潤率と成長率のあいだに次の関係が決定される。

（III）　$g=g(r)$

（I），（II），（III）より経済は自由度1の体系である。したがって次の命題がみちびかれる。

命題　3　持続的成長経済において，成長率（または利潤率）が与えられると，正の価格，産出量，消費，賃金および利潤率（または成長率）が一意的にきまる。

V　結　び

代理生産関数の成立には賃金曲線が直線になることを必要としないことを，定常経済と成長経済のふたつにわけて，示した。2部門経済では，経済が定常的であれば，賃金曲線が直線となることが，代理生産関数の必要かつ十分条件

であるが，多部門のばあい，純産出物の価値に価格効果が作用するために賃金曲線が直線でなくても生産関数が成立するケースがある。２部門成長経済においても生産関数は存在するが，その必要にしてかつ十分な条件は成長率と利潤率を均等にする貯蓄行動が存在することである。それゆえ代理生産関数の成立条件はきわめて制限されたものになるようにみえる。しかし多部門成長経済のばあい，純産出物価値，資本価値に価格・構成効果が作用するため，貯蓄関数についてはゆるい制約のもとで代理生産関数が成立するケースが考えられる。そのばあい成長率と利潤率の均等はもはや必要ではなく，また賃金曲線が直線となることももちろん必要ではない。ガレニャーニ，スパヴェンタ，バドゥリ等はひとしく多部門経済のばあいに論及しながら，２部門経済の分析で得た結論のイメージに強く支配されたのではあるまいか。

図２のケースおよびそれを成長経済のケースに延長した図３のケースを指摘することで，本稿のねらいはほぼ達せられたと見てよい。しかし，それらのケースを与える具体的な技術上の条件はなにか，その条件の蓋然性はどうか，という問題のポジティヴな側面はまだ解かれずに残っている。

参 考 文 献

〔1〕 Bhaduri, A., "The Concept of the Marginal Productivity of Capital and the Wicksell Effect", *Oxford Economic Papers,* Vol. 18, No. 3, Nov. 1966.

〔2〕 ________, "On the Significance of Recent Controversies on Capital Theory: A Marxian View", *Economic Journal,* Vol. LXXIX, No. 315, Sept. 1969.

〔3〕 Garegnani, P., "Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution," *Review of Economic Studies*, Vol. XXXVII, No. 111, July 1970.

〔4〕 Harcourt, C. & Massaro, V., "A Note on Mr. Sraffa's Sub-systems", *Economic Journal*, Vol. LXXIV, No. 295, Sept. 1964.

〔5〕 Harcourt, C., "Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital", *Journal of Economic Literature,* Vol. 7, No. 2, June 1969.

〔6〕 Nell, E., "A Note on Cambridge Controversies in Capital Theory", *Journal of Economic Literature,* Vol. VIII, No. 1, March 1970.

〔7〕 二階堂副包「経済のための線形数学」, 昭和36年。

〔8〕 Pasinetti, L., " Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. XXIX, Oct. 1962.

〔9〕 Samuelson, P., " Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies*, Vol. XXXIX, No. 80, June 1962.

〔10〕 瀬地山 敏, 標準商品 (Standard Commodity) の意義, 「経済論叢」第111巻第1号。

〔11〕 Spaventa, L., " Rate of Profit, Rate of Growth and Capital Intensity in a Simple Production Model", *Oxford Economic Papers*, Vol. 22, No. 2, July 1970.

〔12〕 Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities*, 1960. 菱山・山下訳「商品による商品の生産――経済理論批判序説――」1962。

〔13〕 Weizsäcker, C., *Steady State Capital Theory*, 1971.